

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

«МАТЕМАТИКА»

для поступающих на 1-й курс по результатам вступительных испытаний,
проводимых университетом

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно владения теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснить и доказать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

I. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- пользоваться понятием производной

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$), $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$; арифметического корня $y = \sqrt{x}$

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$).

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь, круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.

Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара. Формула площади сферы.

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойство.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

III. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала анализа: В 2 ч.: Ч. 1: Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Мордкович А. Г. – М: Издания разных лет.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Колягин Ю.М. и др. – М.: Издания разных лет.
3. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 кл. Колмогоров А.Н. – М.: Издания разных лет.
4. Алгебра 9 класс. Учебник для 9 кл. Колягин Ю.М. и др. – М.: Издания разных лет.
5. Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
6. Геометрия. 7-9 кл. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
7. Сборник конкурсных задач по математике (для поступающих в вузы) /В.М. Говоров, П.Т. Дыбов, Н.В. Мирошин, С.Ф. Смирнова. – М., 2003.
8. Сборник задач по математике (для поступающих в вузы) / А.А. Рывкин, Е.Б. Ваховский, - М., Издания разных лет.
9. Математика: Учебное пособие для абитуриентов / Г.Г. Хамов, Т.А. Свенцицкая, Л.Н.Тимофеева. - СПб., Изд. РГПУ им. А.И. Герцена, 2008.

IV. ФОРМА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительное испытание проводится в письменной форме.

Объявление итогов происходит в соответствии с графиком оглашения результатов вступительных испытаний в бакалавриат.

V. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ

Экзаменационная работа по математике состоит из 30 заданий в тестовой форме. Все задания объединены в три группы: упрощенные (оцениваются двумя баллами каждое); невысокой сложности (оцениваются тремя баллами каждое); средней сложности (оцениваются пятью баллами каждое).

Результаты выполнения экзаменационной работы оцениваются по 100-балльной системе. Максимальное количество баллов, выставляемых за экзаменационную работу -100.

ПРИМЕРЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

1. Упростите выражение: $\frac{17^{1,6}}{17^{0,2}}$

1) 1,4

2) 8

3) $17^{1,4}$

4) 17^8

2. Найдите производную функции: $y = e^x + 2x^2 + 1$

1) $y' = e^x + 3x^3 + x$

2) $y' = e^x + 4x$

3) $y' = xe^{x-1} + 4x$

4) $y' = e^x + 4x + 1$

3. Найдите множество значений функции: $y = \cos x + 15$

1) [15; 16]

2) [-1; 1]

3) [14; 16]

4) $(-\infty; +\infty)$

4. Решите неравенство: $\frac{2x}{5x-10} \geq 0$

1) $[0;2)$

2) $[0; +\infty)$

3) $(-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$

4) $(-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$

5. Определите вид треугольника, если его стороны равны 12, 16, 20

1) прямоугольный;

2) тупоугольный

3) остроугольный

4) такого треугольника не существует.