

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. И. ГЕРЦЕНА»**

**Программа кандидатского экзамена**

по научной специальности

**1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и  
дискретная математика**

Санкт-Петербург  
2022 год

## **Программа кандидатского экзамена по научной специальности (в 2 частях)**

### **Часть 1.**

Алгоритмы. Вычислимость. Машина Тьюринга. Теорема Геделя.

Аксиоматика теории множеств.

Категории групп, колец, модулей. Общие свойства.

Важнейшие классы групп: конечные, разрешимые, нильпотентные, линейные.

Свободные и проективные модули (общие свойства).

Коммутативные кольца (определения и примеры: кольца целых алгебраических чисел, кольца функций).

Размерность Крулля. Спектры.

Локальные кольца. Общие свойства. Теорема Капланского.

Простые и полупростые кольца. Теорема Веддерберна. Представления конечных групп.

Основная теорема теории Галуа.

Группа классов дивизоров. Дзета функция.

### **Часть 2.**

Аффинные и проективные многообразия. Размерность.

Регулярные и рациональные отображения. Свойства. Примеры.

Гладкие и особые точки. Нормальность. Касательные пространства и касательные многообразия.

Алгебраические кривые. Теорема Безу.

Алгебры Ли. Простые алгебры комплексные алгебры Ли (обзорно).

Вещественные и комплексные группы Ли. Определения и примеры. Алгебра Ли группы Ли.

Алгебраические группы. Определения. Структурная теорема.

**Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:**

а) основная литература:

1. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. III. Основные структуры. МЦМНО. 2009.
2. Э.Б. Винберг. Курс алгебры. МЦМНО. 2009
3. Ленг С. Алгебра. М.: Мир, 1968  
(<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>).
4. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. М.: Мир, 1972  
(<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>).
5. И.Р. Шафаревич. Основы алгебраической геометрии. МЦМНО. 2007
6. Н.Л. Гордеев Алгебраические структуры. I, II (Электронные курсы на дисках. Место хранения. Кафедра алгебры РГПУ им. Герцена)

б) дополнительная литература:

1. Б.Л. Ван дер Варден. Алгебра. М. 1976.
2. Дж. Харрис. Алгебраическая геометрия. МЦМНО. 2006.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
4. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. 2-е изд. М.: Наука, 1987.
5. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. 2-е изд. М.: Наука, 1986.
6. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. М.: Наука, 1984.
7. Новиков П.С. Элементы математической логики. 2-е изд. М.: Наука, 1973.
8. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980
9. Борович З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. М.: Наука, 1985.
10. Серр Ж.П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972
11. Алгебраическая теория чисел (под редакцией Дж. Касселса и А.Фрёлиха)-Мир 1969.

в) электронные образовательные ресурсы (ЭОР):

1. <https://www.encyclopediaofmath.org> -- Encyclopedia of Mathematics (математическая энциклопедия).
2. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm> — Электронная библиотека сайта EqWorld.
3. <http://lib.mexmat.ru/catalogue.php> -библиотека Mex-Мат. МГУ

**Шкала оценивания.**

Шкала	Критерии
отлично	<b>аспирант должен:</b> продемонстрировать глубокое и прочное усвоение изучаемого материала; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем и методов, умение доказывать основные теоремы, показать готовность к самостоятельной исследовательской работе
хорошо	<b>аспирант должен:</b> продемонстрировать достаточно полное усвоение изучаемого материала; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем, умение доказывать (возможно, с незначительными погрешностями) основные теоремы; показать достаточный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
удовлетворительно	<b>аспирант должен:</b> продемонстрировать общее знание изучаемого материала; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; продемонстрировать достаточное умение логически доказательно мыслить; показать удовлетворительный уровень знания основных понятий, теорем и методов, удовлетворительный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
неудовлетворительно	<b>аспирант:</b> не знает значительной части изучаемого материала; слабо владеет понятийным аппаратом дисциплины; допускает существенные ошибки при изложении материала; не демонстрирует достаточного умения логически доказательно мыслить; в целом не готов к самостоятельной исследовательской работе

**Авторы-составители программы дисциплины:**

Гордеев Н.Л.

Доктор физ-мат. наук, профессор,

заведующий кафедрой алгебры Российского Государственного Педагогического

Университета имени А. И. Герцена