

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. И. ГЕРЦЕНА»**

Программа кандидатского экзамена

по научной специальности

1.1.3. Геометрия и топология

Санкт-Петербург

2022 год

Программа кандидатского экзамена по научной специальности (в 2 частях)

I часть

Теория гомотопий.

Фундаментальная группа.

Гомотопия. Гомотопия путей. Перенос начала. Односвязные пространства. Накрытия. Фундаментальные группы окружности, проективного пространства, букета окружностей.

Применения фундаментальной группы.

Инвариантность размерности. Теоремы Брауэра и Борсука. Векторные поля.

Абсолютные и относительные k -связности.

Четыре определения k -связности, и их равносильность. Теорема о клеточной аппроксимации непрерывного отображения.

Абсолютные гомотопические группы.

Определение. Свойства. Первые примеры вычислений.

Гомотопические группы сфер.

Краткие сведения о некоторых группах. Теорема о надстройке.

Гомотопическая последовательность пары.

Относительные гомотопические группы. Построение гомотопической последовательности пары. Применения.

Расслоения.

Определения расслоения. Локально-тривиальные расслоения. Расслоение Серра. Гомотопическая последовательность расслоения Серра. Первые вычисления.

Теория гомологий.

Аксиоматика теории гомологий.

Необходимые сведения из топологии. Необходимые сведения из алгебры. Аксиомы.

Теория гомологий симплициальных пространств.

Необходимые сведения из теории симплициальных пространств. Классические гомологии симплициальных пространств.

Теория сингулярных гомологий.

Абсолютные группы гомологий. Нульмерные гомологии. Гомотопические последовательности пары. Гомотопическая инвариантность теории гомологий. Теорема о вырезании. Связь с теорией гомотопий.

Риманова геометрия.

Подготовительный материал.

Евклидово пространство. Гладкие многообразия. Касательные пространства. Векторные поля. Ориентация многообразия.

Основы римановой геометрии.

Риманова структура. Линейные связности. Связность Леви-Чивита. Ковариантное дифференцирование вдоль пути. Параллельный перенос. Геодезические и экспоненциальное отображение. Геодезические в римановом многообразии. Теорема Хопфа-Ринова.

II часть

Теория многогранников.

Начала геометрии многогранных поверхностей.

Основные определения и примеры. Понятие развёртки. Эйлерова характеристика и кривизна многогранной поверхности (развёртки). Ориентируемость и род многогранной поверхности (развёртки). Многогранные углы и сферические многоугольники. Полярная взаимность многогранников.

Классическая теория выпуклых многогранников.

Основные понятия и свойства выпуклых многогранников. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Теоремы Коши и Александрова о единственности многогранника с данной развёрткой. Теорема Александрова о существовании многогранника с данной развёрткой. Правильные и полуправильные многогранники. Многомерные многогранники. Классификация правильных (многомерных) многогранников.

Классическая теория невыпуклых многогранников.

Основные понятия и свойства невыпуклых многогранников. Правильные и полуправильные многогранники. Геометрия правильных звёздчатых многогранников.

Современная теория.

Основы комбинаторной теории выпуклых многогранников. Полнота перечня элементарных однородных многогранников. Постоянство объёма изгибаемого многогранника.

Теория многообразий.

Топологические многообразия.

Основные определения. Классификация многообразий малых размерностей.

Гладкие многообразия.

Атласы. Проблемы повышения гладкости многообразий и отображений. Проблема триангуляции многообразий. Проблема вложений многообразий.

Применение теории гладких многообразий к вычислению гомотопических групп сфер.

Краткие сведения из теории гомотопий. Краткие сведения из теории кобордизмов. Трубочатые окрестности. Векторные расслоения. Конструкция Понтрягина-Тома.

Шкала оценивания.

Шкала	Критерии
отлично	аспирант должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение изучаемого материала; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем и методов, умение доказывать основные теоремы, показать готовность к самостоятельной исследовательской работе
хорошо	аспирант должен: продемонстрировать достаточно полное усвоение изучаемого материала; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем, умение доказывать (возможно, с незначительными погрешностями) основные теоремы; показать достаточный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
удовлетворительно	аспирант должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; продемонстрировать достаточное умение логически доказательно мыслить; показать удовлетворительный уровень знания основных понятий, теорем и методов, удовлетворительный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
неудовлетворительно	аспирант: не знает значительной части изучаемого материала; слабо владеет понятийным аппаратом дисциплины; допускает существенные ошибки при изложении материала; не демонстрирует достаточного умения логически доказательно мыслить; в целом не готов к самостоятельной исследовательской работе

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:

Основная:

1. Хатчер А.

Алгебраическая топология = Algebraic Topology / Хатчер А., Прасолов В. В., Панов Т. Е. ; перевод с английского В. В. Прасолова, под редакцией Т. Е. Панова. -

Москва : Издательство МЦНМО, 2011. - 688 с. - ISBN 978-5-94057-748-5. - 0-521-79160-X.

2. Виро О. Я.

Элементарная топология / Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М. ; Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М. -

Москва : МЦНМО, 2010. - 352 с. - ISBN 978-5-94057-587-0. -

URL: https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=9313. - ЭБС Лань (дата обращения 29.04.2022). - Режим доступа: только для зарегистрированных пользователей РГПУ.

Дополнительная:

1. М. Хирш. Дифференциальная топология, Мир, Москва, 1979 г. -280 с.
2. Н. Стинрод, С. Эйленберг, Основания алгебраической топологии, Гос. изд. физ.-мат. лит., Москва, 1958 г. – 404 с.
3. А.Т. Фоменко, Д.Б. Фукс, Курс гомотопической топологии, Наука, Москва, 1989 г. – 587 с.
4. Г. М. Циглер, Теория многогранников, МЦМНО, Москва, 2014 г. -568 с.
5. Ю.Д. Бураго, В.А. Залгаллер, Введение в риманову геометрию, Наука, СПб, 1994 г. 318 с.
6. В.А. Рохлин, Д.Б. Фукс, Начальный курс топологии. Геометрические главы, Наука, Москва, 1977 г.
7. Л.С. Понтрягин, Гладкие многообразия и их применения в теории гомотопий, Наука, Москва, 1976 г. – 176 с.
8. Э. Спенсьер, Алгебраическая топология, Мир, Москва, 1971 г. – 680 с.

Автор-составитель программы дисциплины:

Нежинский В.М,
доктор физико-математических наук, профессор,
зав. кафедрой геометрии